

介观环的持续电流与 Berry 相因子*

吴深尚 纪哲锐

(中山大学物理学系, 广州 510275)

摘 要 本文研究处于铁磁自旋波的非均匀磁场中介观环的持续电流及几何位相, 求出了准粒子的激发谱及电荷流, 讨论了相关的 Berry 相因子.

关键词 介观环, 持续电流, Berry 相因子, 铁磁自旋波

分类号 O413.3

置于非均匀磁场中的介观环产生持续电流及几何位相是近期的一个热门课题. Loss 等人首先讨论处于一种特殊结构的经典的磁场中介观环的持续电流及 Berry 位相^[1], 他们认为 Berry 位相的存在引起部分持续电流. Loss 进一步讨论一种具有倾角(指外磁场自旋对 Z 轴的倾斜角)又发生外自旋扭转的结构任意的非均匀磁场, 发现介观环中的持续电流通过几何位相以明显的形式依赖于磁场的结构^[2]. Gao 等人讨论了类似的问题, 得到基本相同的结果^[3]. 他们认为即使在非绝热的情况下介观环出现的持续电流也和 Aharonov—Anandan 位相有密切的关系. Zhou 等人利用二次量子化的方法讨论了文献[1]的模型, 得到了一些新的结果^[4].

上述的非均匀磁场可以由铁磁性材料构造而来. 我们考虑到某些实际的铁磁性材料中存在铁磁自旋波(FMSW)^[5], 这种非均匀的磁场类似于文献[2]所提出的模型. 本文研究一个介观环处于具有 FMSW 的材料时, 介观环中的持续电流行为并讨论与之相关的几何位相. 我们利用文献[4]相似的方法, 求出准粒子的能谱, 计算出平衡电流. 其行为与文献[1~4]的结果定性相同, 但对几何位相及绝热近似有不同的理解.

1 哈密顿量及其对角化

我们考虑质量为 m , 电荷为 e , 自旋 $1/2$ 的电子在介观环上运动(环的半径为 a). 将介观环置于具有经典形式 FMSW 的非均匀磁场中(见图 1).

磁场 $\vec{B} = B \vec{n}(\theta, \varphi) = \nabla \times \vec{A}$. 则其哈密顿量为

$$\hat{h} = [\hat{p}_\theta - eaA_\theta/c]^2 / (2ma^2) - \gamma B \hat{n}(\theta, \varphi) \cdot \hat{\sigma} \quad (1)$$

上式中 $\hat{P}_\theta \equiv -i\hbar \partial/\partial\theta$, $\gamma \equiv ge\hbar/4mc$.

收稿日期: 1994-06-21

* 中山大学高等学术研究中心资助项目

将介观环置于 $x-y$ 平面上, 环的中心位于坐标原点, 则

$$\hat{n}(\theta, \psi) = [\sin\chi\cos\psi(\theta)\vec{e}_x + \sin\chi\sin\psi(\theta)\vec{e}_y + \cos\chi\vec{e}_z]$$

其中 χ 是自旋波的自旋磁矩对 z 轴的倾角, $\psi(\theta) \equiv \omega_n t$ 是自旋磁矩的转角, 也就是文献[2]中的自旋对 z 轴的扭转角. 依照文献[4]的方法引入算符 $\hat{\sigma}_{\pm} = \hat{\sigma}_x \pm i\hat{\sigma}_y$, 则(1)式变为

$$\hat{h} = \frac{1}{2ma^2} [\hat{P}_{\theta} + eaA_{\theta}/C]^2 - \frac{1}{2}\gamma B \sin\chi \{ (e^{i\theta}\cos\psi + ie^{-i\theta}\sin\psi)\hat{\sigma}_- + (e^{-i\theta}\cos\psi - i\sin\psi e^{i\theta})\hat{\sigma}_+ \} - \sigma_z \gamma B \cos\chi \quad (2)$$

(2)式中的第二、第三项是 Loss 意义下的轨道-自旋耦合作用.

采用二次量子化表示, 引入

$$\hat{\psi} = \sum_{n\sigma} C_{n\sigma} \psi_n(\theta) \eta(\omega_n t) \xi_{\sigma}$$

$$\hat{\psi}^+ = \sum_{n\sigma} C_{n\sigma}^+ \psi_n^+(\theta) \eta^+(\omega_n t) \xi_{\sigma}^+$$

其中 $\psi_n(\theta)$ 是电子轨道运动哈密顿量的本征函数的完全集合:

$$\frac{1}{2ma^2} [\hat{P}_{\theta} + eaA_{\theta}/C]^2 \psi_n(\theta) = \epsilon_n \psi_n(\theta)$$

若取 $A_{\theta} = \varphi/2\pi a$, $\varphi_0 = c\hbar/e$, 则有

$$\epsilon_n = (\hbar^2/2ma^2)(n + \varphi/\varphi_0)^2,$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\psi_n(\theta) = (1/\sqrt{2\pi})e^{in\theta}$$

而 ξ_{σ} 为自旋算符的本征函数:

$$\hat{\sigma}_z \xi_{\sigma} = \sigma \xi_{\sigma}, \quad \sigma = \pm 1$$

并且 $(\omega_n t) \eta(\omega_n t) = \omega_n t \eta(\omega_n t)$, $\omega_n t \equiv \hat{\psi}$.

因此由(2)式的电子哈密顿量得到系统的哈密顿量的二次量子化形式:

$$\hat{H} = \sum_{n\sigma} \frac{1}{2} \left\{ \epsilon_n C_{n\sigma}^+ C_{n\sigma} + \epsilon_{n+1\sigma} C_{n+1\sigma}^+ C_{n+1\sigma} - \Delta \left[\frac{e^{i\psi} - e^{-i\psi}}{2} (C_{n\downarrow}^+ + C_{n+1\uparrow} - C_{n+1\downarrow} + C_{n\uparrow}) + \frac{e^{i\psi} + e^{-i\psi}}{2} (C_{n+1\downarrow} + C_{n\uparrow} - C_{n\downarrow} + C_{n+1\uparrow}) \right] \right\} \quad (3)$$

为了将(3)式对角化, 我们做两次变换. 先引入算符 $b_{n\uparrow}$ 及 $b_{n+1\downarrow}$:

$$b_{n\uparrow} = (C_{n\uparrow} - C_{n\downarrow})/2, \quad b_{n+1\downarrow} = (C_{n+1\downarrow} - C_{n+1\uparrow})/2$$

则(3)式变为

$$\hat{H} = \sum_n \left\{ \epsilon_{n\uparrow} b_{n\uparrow}^+ b_{n\uparrow} + \epsilon_{n+1\downarrow} b_{n+1\downarrow}^+ b_{n+1\downarrow} - \frac{1}{2} \Delta (e^{i\psi} b_{n\downarrow}^+ + b_{n+1\downarrow} + e^{-i\psi} b_{n+1\uparrow}^+ + b_{n\uparrow}) \right\} \quad (4)$$

其中 $\epsilon_{n\uparrow} = \epsilon_n - \gamma B \cos\chi - \mu$, $\epsilon_{n+1\downarrow} = \epsilon_{n+1} + \gamma B \cos\chi - \mu$, $\Delta \equiv \gamma B \sin\chi$.

再对(4)式做如下正则变换:

$$\begin{pmatrix} \alpha_n \\ \beta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_n & -V_n \\ V_n & U_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{n\uparrow} e^{-i\psi/2} \\ b_{n+1\downarrow} e^{i\psi/2} \end{pmatrix}$$

并取 $(\epsilon_{n+1\downarrow} - \epsilon_{n\uparrow})U_n V_n + \frac{1}{2}\Delta(U_n^2 - V_n^2) = 0$

则(4)式成为

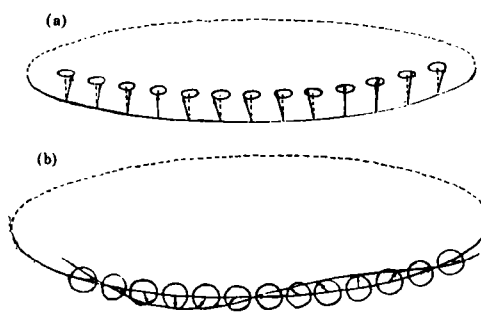


图1 具有铁磁自旋波的环(a)及其俯视图(b)

Fig. 1 A ring with Ferromagnetic spin wave and bird's-eye view of (a)

$$\hat{H} = \sum_n (A_n \alpha_n^\dagger + \alpha_n + B_n \beta_n^\dagger + \beta_n) \quad (5)$$

$$(5) \text{ 式中 } A_n = \frac{1}{2} \{ \epsilon_{n+1\downarrow} + \epsilon_{n\downarrow} + \sqrt{g_n^2 + \Delta^2} \}, \quad B_n = \frac{1}{2} \{ \epsilon_{n+1\downarrow} + \epsilon_{n\downarrow} - \sqrt{g_n^2 + \Delta^2} \},$$

$$g_n = (\epsilon_{n+1} - \epsilon_n) + 2\gamma B \cos \chi$$

$\alpha_n^\dagger \alpha_n$ 及 $\beta_n^\dagger \beta_n$ 分别代表介观环上的电子因受 FMSW 磁场的作用(以轨道自旋耦合的形式)而形成二类独立的元激发。 A_n 及 B_n 分别是它们的元激发谱。

2 持续电流及几何位相

为计算介观环中因磁通而产生的持续电流,我们依照文献[4,6]的处理方法,将这二种元激发看成是二类独立的载流带电准粒子气体,求出正则系综的平衡电流 $\langle j_\theta \rangle$ 。

$$\langle j_\theta \rangle = \left(\sum_n e^{-\beta A_n} \right)^{-1} \sum_n \left(\frac{\partial A_n}{\partial \varphi^m} \right) e^{-\beta A_n} + \left(\sum_n e^{-\beta B_n} \right)^{-1} \sum_n \left(\frac{\partial B_n}{\partial \varphi^m} \right) e^{-\beta B_n} \quad (6)$$

其中 $\beta = (k_B T)^{-1}$, $\varphi^m = \varphi / \varphi_0$ 。

$$\langle j_\theta \rangle = \left(\sum_n e^{-\beta A_n} \right)^{-1} \sum_n \frac{\hbar^2}{2ma^2} \left[n + 1 + \varphi / \varphi_0 - \frac{1}{4} \frac{\Delta^2}{g_n^2} \right] e^{-\beta A_n}$$

$$+ \left(\sum_n e^{-\beta B_n} \right)^{-1} \sum_n \frac{\hbar^2}{2ma^2} \left[n + \varphi / \varphi_0 + \frac{1}{4} \frac{\Delta^2}{g_n^2} \right] e^{-\beta B_n} \quad (7)$$

为了做数值计算,我们取如下的物理参数 $T = 2.718 \text{ mK}$, $\chi = (1/6)\pi$, $B = 100 \text{ G}$, $a = 300 \text{ nm}$ 。图 2 表示平衡电流随电磁通量的变化而做周期性的变化。这一点与文献[2]所得的电流规律定性一致。但是我们所得的结果出现一个量子平台,即在介观环中,似乎出现量子化的持续电流。这一结果有待实验进一步验证。文献[2]还出现由于几何位相引起的持续电流。这一点在物理上也很清楚。因为文献[2]讨论单电子行为。受散射的电子会因为自旋—轨道的耦合作用而引起波函数增加一个位相。这就是 Berry 相因子,并且这个 Berry 位相在介观环中引起持续电流。我们讨论的是介观环中电子的集体激发,所以对几何位相问题不做进一步的讨论。对绝热近似以及有关的几何位相问题理解如下。

(1) 在我们的模型中绝热近似就是铁磁自旋波的周期很长。这种近似下文献[1]的特

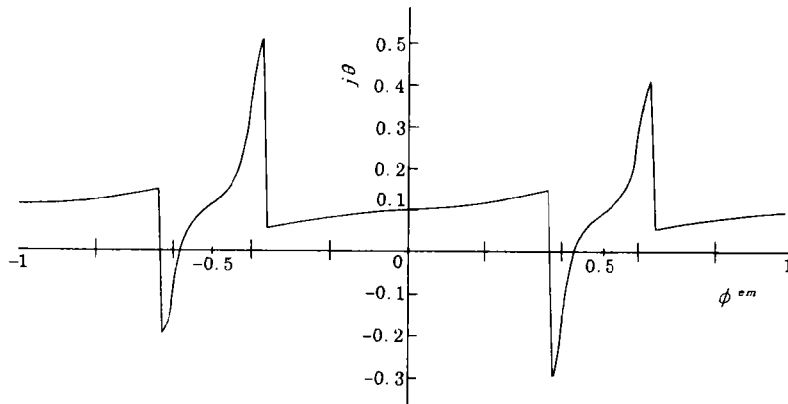


图 2 电流随电磁位相的变化图

Fig. 2 The current as a function of the electromagnetic flux

殊的磁场结构就成为我们的模型的一种极限情况. 这样,在极低温下文献[1]的绝热近似条件自然满足. Berry 位相就像文献[1]所证明那样出现了.

(2)作为对单电子运动的描述,我们的模型数学形式完全类似于文献[2,3]的数学形式,但就物理本质是有差别. 因此,如果讨论单电子运动的几何位相,即使我们不做绝热近似,电子的波函数也会出现 Aharonov—Anandan 位相.

(3)由于我们主要讨论元激发,所以单电子的效应不一定出现在集体运动之中.

3 结 论

我们讨论置于具有 FMSW 材料中的介观环的持续电流和几何位相. 求出系统之激发谱并计算了持续电流随电磁位相变化的规律. 除了与文献[2]相似的结果之外,还出现电流有一个量子平台,这点有待实验来证实. 实际上,我们的模型应该存在几何位相,这一问题将另文讨论.

参 考 文 献

- 1 Loss D, Goldbart P M. Berry's phase and persistent charge and spin currents in textured mesoscopic ring. Phys Rev Lett, 1990, 65:1655
- 2 Loss D, Goldbart P M. Persistent currents from Berry's phase in mesoscopic systems Phys Rev, 1992, B45:13544
- 3 Gao X C, Qian T Z. Aharonov—Anandan phase and persistent currents in a mesoscopic ring. Phys Rev, 1993, B47:7128
- 4 Zhou Y C, Li H Z, Zhi S L. Persistent currents in a mesoscopic ring in an inhomogeneous magnetic field. Phys Lett, 1994, A187:74
- 5 Kusakabe K, Aoki H. Ferromagnetic spin-wave theory in the multiband Hubbard model having a flat band. Phys Rev Lett, 1994, 72:144

The Persistent Currents and Berry Phase in the Mesoscopic Ring

Wu Shenshang* Ji Zherui

Abstract We studied the persistent currents and Berry phase of mesoscopic ring in an inhomogeneous magnetic field with a ferromagnetic spin wave. We calculated the excitation energy spectrum of the quasiparticles and the charge currents.

Keywords mesoscopic ring, persistent currents, Berry phase, ferromagnetic spin wave

* Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275